

XXXII OLIMPIADA MATEMÁTICA

REGIÓN DE MURCIA

FASE COMARCAL 6.º EP Y 2.º ESO

Sábado, 2 de abril de 2022

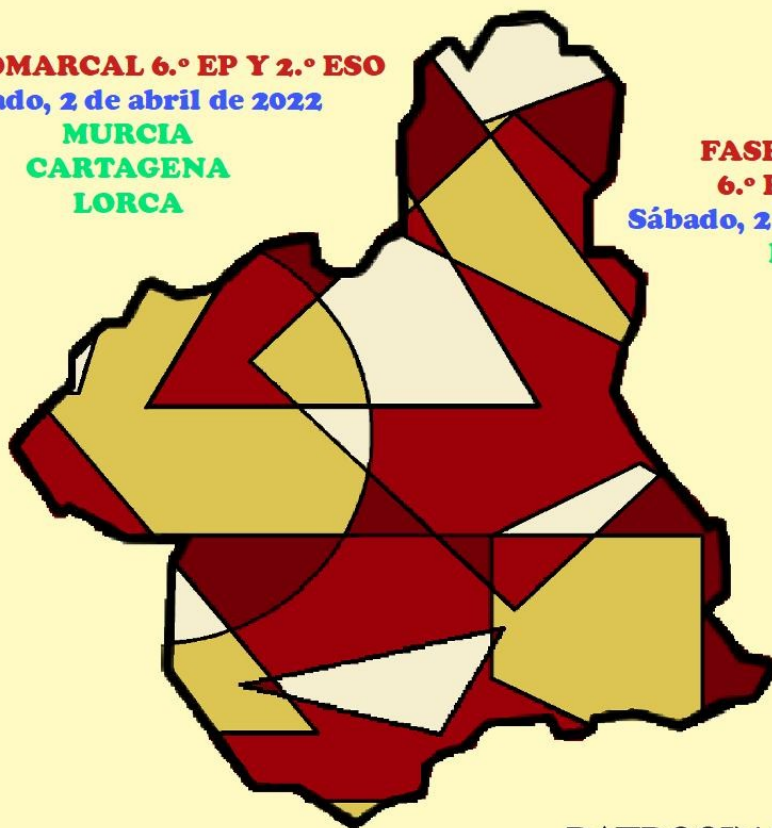
**MURCIA
CARTAGENA
LORCA**

FASE REGIONAL

6.º EP Y 2.º ESO

Sábado, 21 de mayo de 2022

MURCIA



ORGANIZA



PATROCINAN



Olimpiadas Científicas
de la Región de Murcia

f SéNeCa⁽⁺⁾

Agencia de Ciencia y Tecnología
Región de Murcia



Región
de Murcia

COLABORAN

Consejería de Educación de la Comunidad Autónoma de la Región de Murcia; Facultad de Matemáticas; Facultad de Educación y Departamento de Didáctica de las Ciencias Matemáticas y Sociales de la Universidad de Murcia; Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial de la Universidad Politécnica de Cartagena; Consorcio del Campus Universitario de Lorca; Ayuntamiento de Murcia; Ayuntamiento de Lorca; Centros Educativos de la Región de Murcia

FASE REGIONAL SOLUCIONES

SOLUCIONES 6.º DE PRIMARIA

PROBLEMA 1

Apartado A

El mayor número que podemos obtener sumando los puntos que salgan en los dos lados es el 12 y el menor el 2. El más probable el 7 (se puede repetir 6 veces); la probabilidad es de $1/6$ y los menos probables son el 2, o el 12 (ambos solo se repiten una vez); la probabilidad es de $1/36$.

| Dado 1 | Dado 2 | | | | | |
|--------|--------|---|---|----|----|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

Apartado B

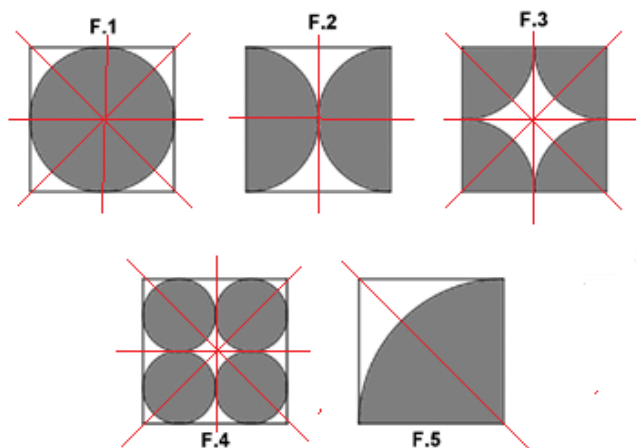
- El mayor número que podemos obtener multiplicando los puntos que salgan en los dos dados es el 36 y el menor el 1.
- Los resultados más probables son el 6 y el 12 (se repiten 4 veces) y los menos probables son el: 1, 9, 16, 25, 30 y 36, ya que solo pueden obtenerse una vez, ya que los cuadrados perfectos (salvo el 4) solo pueden obtenerse si sale el mismo número en ambos dados.

| Dado 1 | Dado 2 | | | | | |
|--------|--------|----|----|----|----|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 2 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
| 3 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 |
| 4 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 |
| 5 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |
| 6 | 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 |

- La probabilidad de obtener un seis, como producto de las puntuaciones de los dos dados es de $1/9$.

PROBLEMA 2

- a) La figura F5 tiene un solo eje; con dos ejes, F.2 y con cuatro ejes: F.1, F.3 y F.4.



b) Área de la zona blanca:

- En las figuras F1, F2 y F3 la zona coloreada es un círculo completo de radio 2 cm, luego $A = 16 - 4\pi \text{ cm}^2$
 - En la figura F4 el área blanca = área del cuadrado - área de 4 círculos de radio 1 cm.
- $$A = 16 - 4 \times \pi \text{ cm}^2$$
- Por último, en la figura F5, el área de la zona blanca es la cuarta parte de un círculo de radio 4 cm.

$$A = 16 - 16\pi/4 = 16 - 4\pi \text{ cm}^2$$

Luego, vemos que en las cinco figuras el área de la zona blanca es la misma, **37,68 cm²**

PROBLEMA 3

a) Los números de la quinta y sexta filas son:

| FILA | COLUMNAS | | | | | | | | | | | | |
|------|----------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|
| | F | E | D | C | B | A | G | P | Q | R | S | T | U |
| 1 | | | | | | | 1 | | | | | | |
| 2 | | | | | | 2 | 3 | 4 | | | | | |
| 3 | | | | | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | | | | |
| 4 | | | | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | | | |
| 5 | | | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | | |
| 6 | | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | |

b) La diferencia entre dos números situados en casillas consecutivas de la columna G es:

$$2 - 4 - 6 - 8 - 10 - \dots$$

c) La diferencia entre dos números situados en dos casillas consecutivas de cualquiera de las columnas A y P es una serie igual en los dos casos.

$$\text{Columna A: } 4 - 6 - 8 - 10 - \dots$$

$$\text{Columna P: } 4 - 6 - 8 - 10 - \dots$$

- d) Si elegimos las filas 2 y 3, se obtiene 4; si elegimos las filas 3 y 4 se obtiene 9: con las filas 4 y 5 nos da 16... Es decir, siempre obtenemos un cuadrado perfecto, correspondiente al cuadrado del número de fila que está arriba.
Concretamente, si hacemos las operaciones que nos dicen con los números de la columna P en las filas m y m+1, nos daría m^2 .
- e) El último número de la derecha es el cuadrado de 20, es decir, 400.

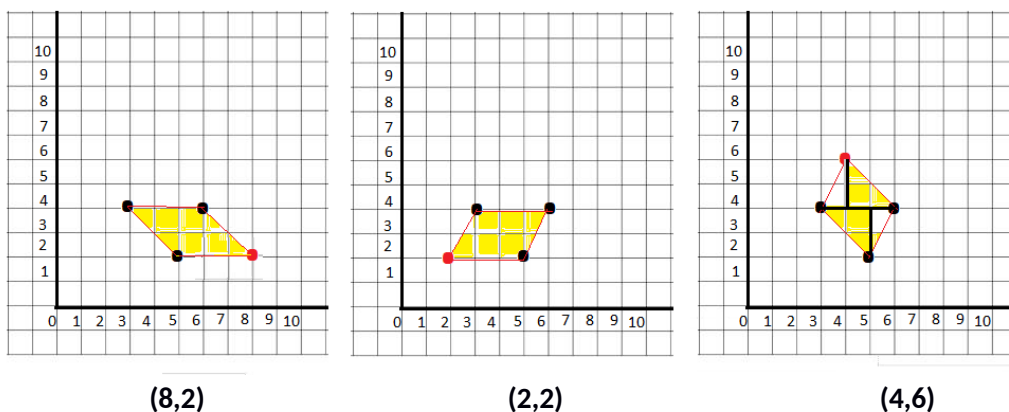
| FILAS | COLUMNAS | | | | | | | | | | | | |
|-------|----------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| | F | E | D | C | B | A | G | P | Q | R | S | T | U |
| 1 | | | | | | | 1 | | | | | | |
| 2 | | | | | | 2 | 3 | 4 | | | | | |
| 3 | | | | | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | | | | |
| 4 | | | | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | | | |
| 5 | | | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | | |
| 6 | | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | |
| ... | | | | | | | | | | | | | ... |
| 20 | | | | | | | | | | | | | 400 |

Observamos que cada fila acaba en un número que es el cuadrado del número de dicha fila, luego, la fila 20 acabará en 400, que es su cuadrado.

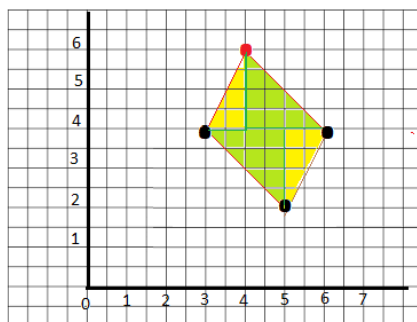
PROBLEMA 4

Apartado A

- a) Coordenadas del cuarto vértice de los distintos paralelogramos que podemos obtener:



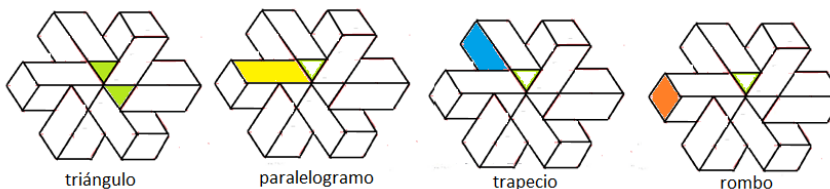
- b) Para calcular la superficie de los paralelogramos, se pueden descomponer en un cuadrado y un rectángulo. Si el lado del cuadradito mide 3 cm, el cuadrado en el que se descomponen los cuadriláteros tiene 6 cm de lado y los lados del rectángulo miden 3cm y 6 cm. Luego el área de cada uno de los paralelogramos es $36+18=54 \text{ cm}^2$



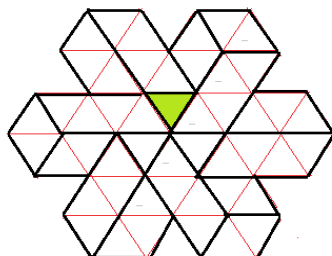
Los dos primeros también podemos hallar su área multiplicando la base (9 cm) por su altura (6 cm). El tercero, para recurrir a esta fórmula precisaríamos aplicar el teorema de Pitágoras.

Apartado B

- a) Los distintos polígonos que observamos son: triángulos equiláteros, romboides [paralelogramos], trapecios y rombos.



- b) Si triangulamos la figura tomando como referencia el triángulo coloreado de verde, la podemos descomponer en 48 triángulos iguales a él, por tanto, su superficie será igual:



$$\text{Superficie} = 48 \times 2,5 = 120 \text{ cm}^2$$

SOLUCIONES 2.º DE ESO

PROBLEMA 1

- Dividimos la población entre 1000 y multiplicamos por 2 --> 100 personas contraerán la enfermedad.
- 49900 no contraen la enfermedad --> El 1% de ellos, es decir, 499, serán falsos positivos.
- Si enferman 100 y se detecta la enfermedad en el 99 % de los casos --> Habrá un falso negativo.
- 499 falsos positivos + 99 enfermos detectados --> 598 personas con test positivo.

- e) 598 personas tienen un test positivo, de ellas 99 son verdaderos positivos y 499 son falsos positivos. Por tanto, si te haces un test y es positivo, lo más probable es que estés sano.

PROBLEMA 2

- a) La figura F5 tiene un solo eje; con dos ejes, F2 y F6, y con cuatro ejes: F.1, F.3 y F.4.
- b) Área de la zona blanca:
- En las figuras F1, F2 y F3 la zona coloreada es un círculo completo de radio 2 cm, luego $A = 16 - 4\pi \text{ cm}^2$
 - En la figura F4 el área blanca es igual al área del cuadrado - el área de 4 círculos de radio 1 cm.
$$A = 16 - 4\pi \text{ cm}^2$$
 - La zona blanca de la figura F5 es la cuarta parte de un círculo de radio 4 cm.
$$A = 16 - 16\pi/4 = 16 - 4\pi \text{ cm}^2$$
 - Por último, en la figura F6 la zona blanca es el área del cuadrado menos la mitad de la superficie de un círculo de diámetro la diagonal del cuadrado. La medida del diámetro se calcula utilizando el teorema de Pitágoras.
El área de la zona blanca valdrá $16 - 4\pi \text{ cm}^2$
- c) La fracción de la superficie blanca es $1 - \pi/4$

PROBLEMA 3

- a) Los números de la quinta y sexta filas son:

| FILA | COLUMNAS | | | | | | | | | | | | |
|------|----------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|
| | F | E | D | C | B | A | G | P | Q | R | S | T | U |
| 1 | | | | | | | 1 | | | | | | |
| 2 | | | | | | 2 | 3 | 4 | | | | | |
| 3 | | | | | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | | | | |
| 4 | | | | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | | | |
| 5 | | | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | | |
| 6 | | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | |

- b) La diferencia entre dos números situados en casillas consecutivas de la columna G es:
 $2 - 4 - 6 - 8 - 10 - \dots$
- c) La diferencia entre dos números situados en dos casillas consecutivas de cualquiera de las columnas A y P es una serie igual en los dos casos.
Columna A: $4 - 6 - 8 - 10 - \dots$
Columna P: $4 - 6 - 8 - 10 - \dots$
- d) Si elegimos las filas 2 y 3, se obtiene 4; si elegimos las filas 3 y 4 se obtiene 9; con las filas 4 y 5 nos da 16... Es decir, siempre obtenemos un cuadrado perfecto, correspondiente al cuadrado del número de fila que está arriba.
Concretamente, si hacemos las operaciones que nos dicen con los números de la columna P en las filas m y m+1, nos daría m^2 .

e)

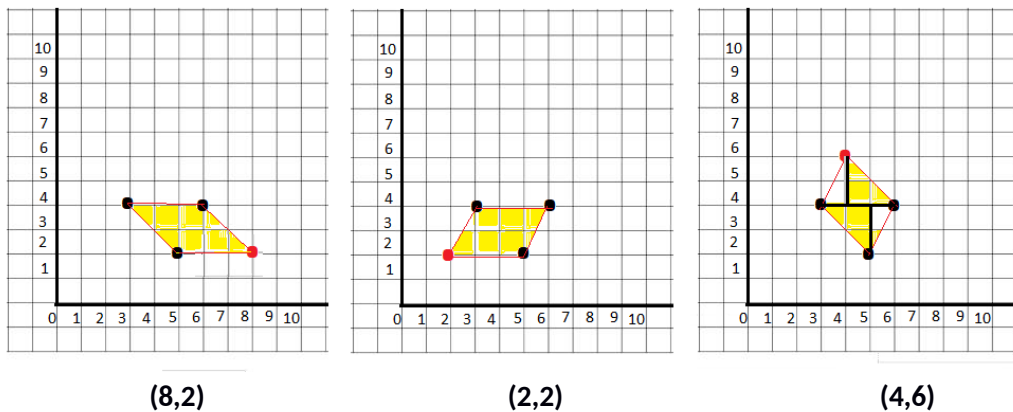
| FILAS | COLUMNAS | | | | | | | | | | | | |
|-------|----------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|------------------|
| | F | E | D | C | B | A | G | P | Q | R | S | T | U |
| 1 | | | | | | | 1 | | | | | | |
| 2 | | | | | | 2 | 3 | 4 | | | | | |
| 3 | | | | | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | | | | |
| 4 | | | | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | | | |
| 5 | | | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | | |
| 6 | | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | |
| ... | | | | | | | | | | | | | ... |
| 100 | | | | | | | | | | | | | 100 ² |

Observamos que cada fila acaba en un número que es el cuadrado del número de dicha fila, luego, la fila 100 acabará en 10000, que es su cuadrado. El primero de esta fila será 99^2+1 y el del centro 9900.

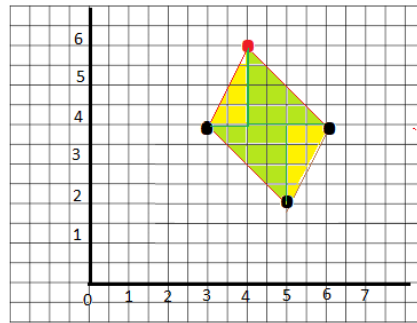
PROBLEMA 4

Apartado A

a) Coordenadas del cuarto vértice de los distintos paralelogramos que podemos obtener:

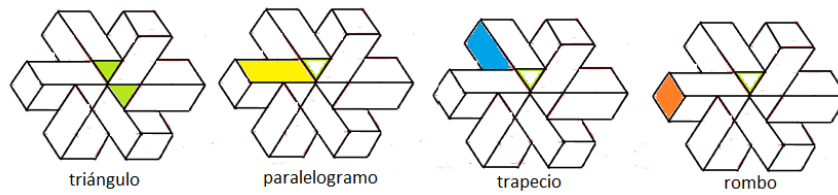


b) Para calcular la superficie de los paralelogramos, se pueden descomponer en un cuadrado y un rectángulo. Si el lado del cuadradito mide 3 cm, el cuadrado en el que se descomponen los cuadriláteros tiene 6 cm de lado y los lados del rectángulo miden 3cm y 6 cm. Luego el área de cada uno de los paralelogramos es $36+18=54 \text{ cm}^2$

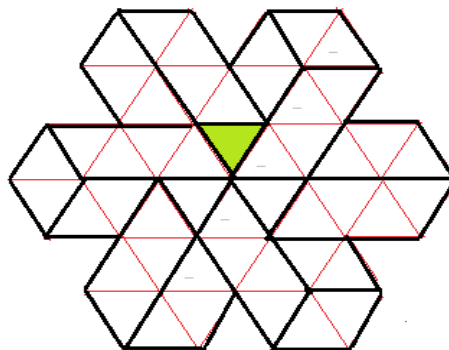


Apartado B

- c) Los distintos polígonos que observamos son: triángulos, romboides [paralelogramos], trapecios y rombos.



- d) Si triangulamos la figura tomando como referencia el triángulo coloreado de verde, la podemos descomponer en 48 triángulos iguales a él, por tanto, su superficie será igual:



$$\text{Superficie} = 48 \times 2,5 = 120 \text{ cm}^2$$