

XXVII OLIMPIADA MATEMÁTICA

Fase Regional 2.º de ESO

Apellidos:	
Nombre:	
Centro de origen:	
Localidad:	
Sede de procedencia:	Cartagena / Mazarrón / Pliego / Murcia / YEcla

NOTA: Por favor, RELLENA ESTA HOJA CON LETRAS MAYÚSCULAS y **no pongas nada en la casilla N°**

RECUERDA LAS INSTRUCCIONES:

- No pongas el nombre ni ningún otro dato personal en ninguna de las hojas de la prueba.**
- No escribas nada en ninguno de los recuadros que hay en cada una de las hojas arriba a la derecha.**
- Cada problema se hace en su hoja y si te falta sitio, pides un folio que se grapará al examen detrás de la hoja del problema.**
- No se entregarán hojas para escribir en sucio. Para ello, puedes usar la propia hoja del problema y si te falta sitio después, pedir otra hoja que se añade, tal como figura en el punto anterior. Puedes tachar lo que quieras.**
- Sólo se puede tener sobre la mesa el material que te proporcionamos: lápices y bolígrafos, goma de borrar, sacapuntas, escuadra o cartabón y la calculadora (la que te damos).**
- Hay que explicar lo que se hace dando razones, de cualquier forma que se sepa o se pueda explicar. Presta atención a los enunciados de los problemas, en algunos se exige explicar las respuestas.**
- Si tienes alguna duda no la preguntes en voz alta; levantas la mano y el profesor irá a aclarártela; se procurará hacerlo en voz baja. Antes lee el enunciado de nuevo con atención. Seguro que lo entiendes mejor.**
- Cuando hayas entregado la prueba has de buscar a tus profesores o acompañantes.**
- Y ANTE TODO, disfruta este tiempo que pasas enfrentado a los problemas propuestos. Ten en cuenta que un concurso como este, con problemas no previstos, no es como un examen habitual. Puedes desempeñar un papel muy bueno, aunque no lo resuelvas entero correctamente. En cada problema cuenta lo que hagas y cómo lo hagas, aunque no hayas completado la solución a un apartado o te falten algunos apartados por contestar.**

PROBLEMA 1

Vamos a trabajar con cuadriláteros. ¿Cuántos ángulos rectos puede tener **un cuadrilátero**?

¿Puede tener cualquier número entre 0 y 4? ¿Por qué?

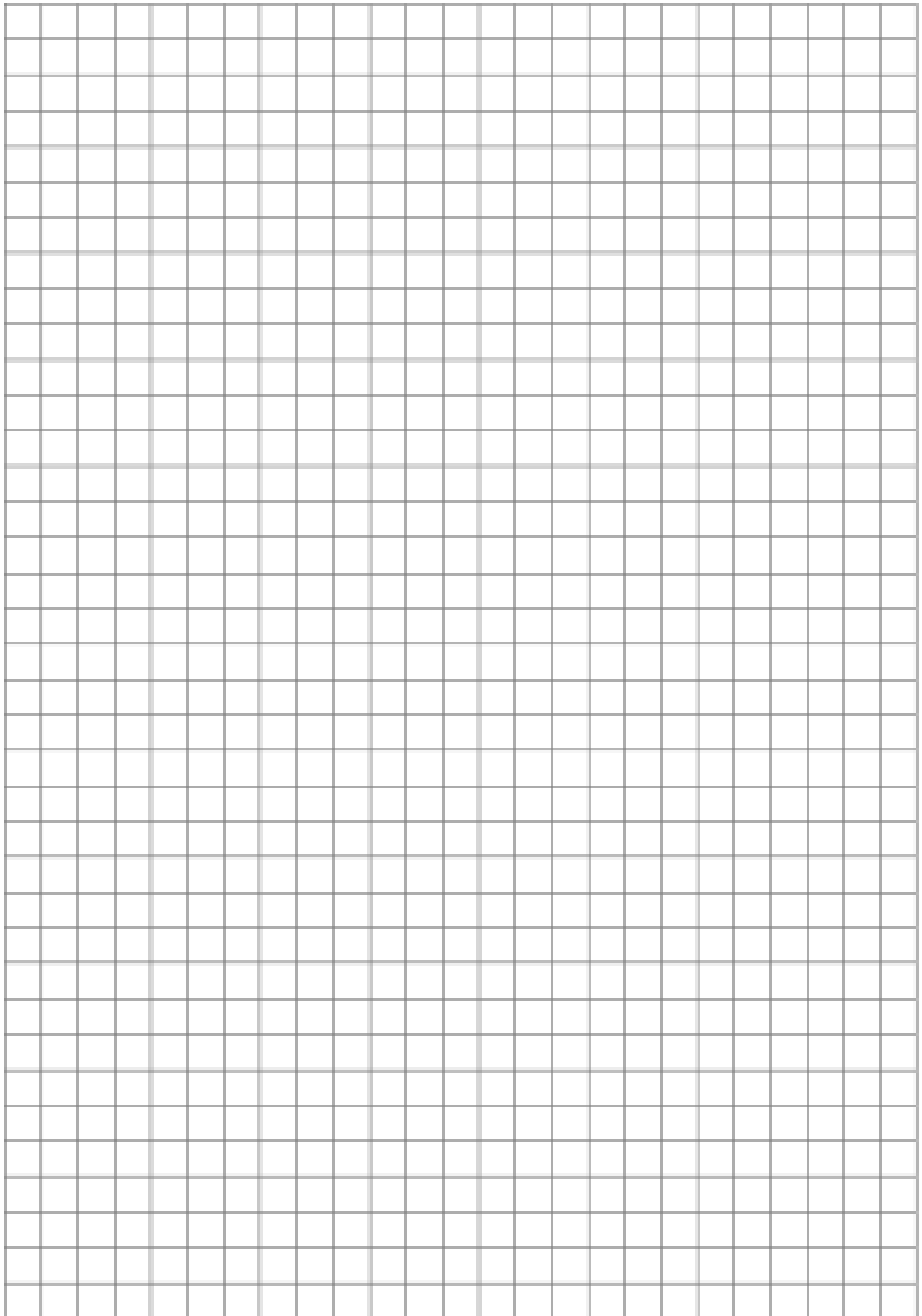
Teniendo en cuenta tus respuestas anteriores indica en esta tabla:

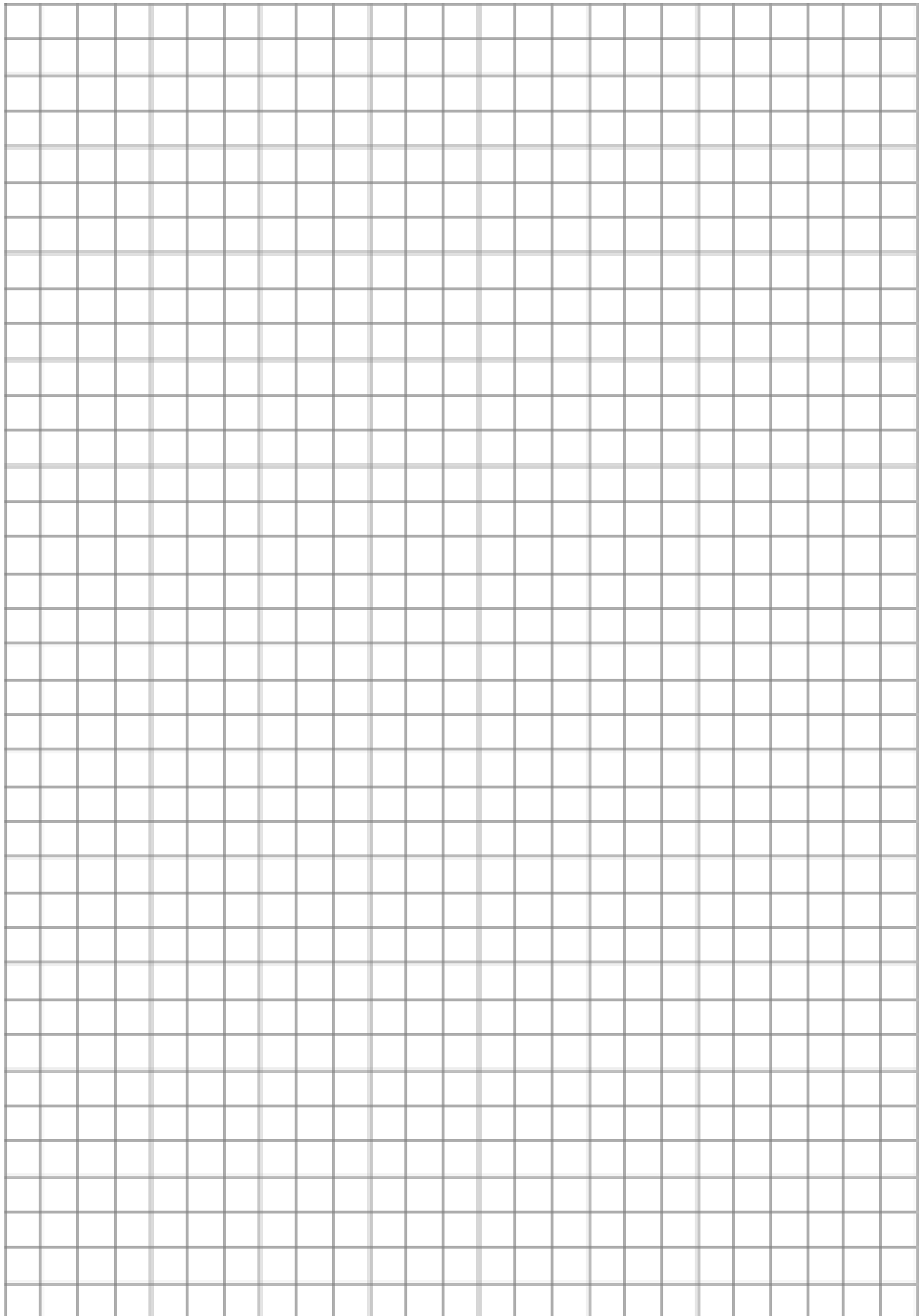
- I.** El número de ángulos rectos, agudos y obtusos que podría tener un cuadrilátero. (Puede haber más de una posibilidad, una vez establecido el número de ángulos rectos).
- II.** DIBUJA un ejemplo de cada tipo de cuadrilátero que propones, escribiendo, si lo sabes, a qué tipo de cuadrilátero corresponde.

Marca el ángulo recto en los dibujos con un cuadradito y los obtusos con un arco. No marques los agudos.

(Utiliza la cuadrícula de la parte posterior del folio, para practicar)

N.º ángulos rectos	N.º ángulos agudos	N.º ángulos obtusos	DIBUJO	Tipo de cuadrilátero





PROBLEMA 2

Este problema trata de un juego para dos jugadores.

Disponemos de una circunferencia en donde hay señalados 12 puntos equidistantes entre sí.

El juego consiste en que, alternativamente, cada uno de los jugadores ha de elegir dos de esos puntos y unirlos mediante un segmento.

Reglas:

- Los segmentos que se vayan dibujando no pueden cortar a ninguno trazado previamente.
- Los segmentos pueden tener algún extremo en común.
- Pierde el que no pueda ya dibujar un segmento que no corte a uno de los trazados.

Sabemos que existe una «*estrategia ganadora*» (es aquella que, si la usas bien, seguro que ganarás, haga lo que haga el otro jugador, no importa cómo el contrincante elija trazar su segmento cada vez que le llegue su turno).

Apartado a)

Te pedimos que averigües esa estrategia. Te pueden ayudar las siguientes cuestiones:

- i. Si eres el primero, ¿qué segmento dibujarías?
- ii. ¿La estrategia ganadora requiere que seas el primero en jugar o el segundo?
- iii. ¿Cómo jugarías, en los turnos sucesivos? Es decir, de qué manera elegirías el segmento que vas a trazar, cada vez que sea tu turno.
- iv. ¿Por qué tu estrategia te asegura ganar siempre? (recuerda: juegue como juegue el otro jugador).

AYUDA:

Practica en los círculos que te damos. Dispones de dos lápices de diferente color, para representar a cada uno de los jugadores.

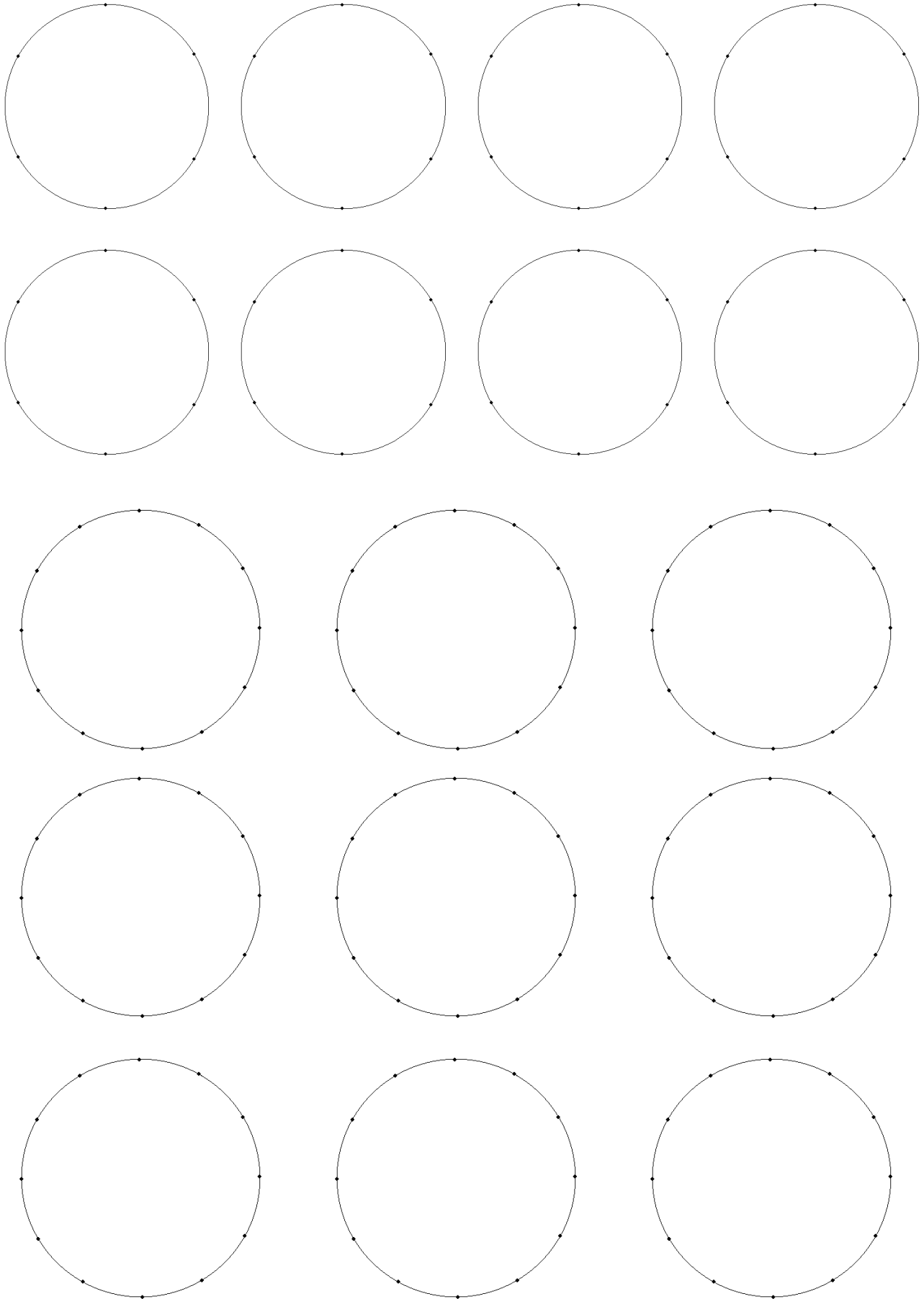
Puedes probar con sólo 6 puntos (te damos circunferencias con 6 puntos, para que practiques).

Contesta a todas las cuestiones anteriores.

Apartado b)

- v. ¿Funcionaría la misma estrategia si en vez de 12 señalamos 24 puntos?
- vi. ¿Y si trazamos 15 puntos?

Razona las respuestas.



PROBLEMA 3

Apartado a)

En la sección de zapatería de unos grandes almacenes, el primer día de cada mes es un “Día sin IVA”. O sea, que no nos cobran el 21% de IVA que pagamos habitualmente sobre el precio de cada par de zapatos (es un impuesto que abonamos sin reparar en él, porque no vemos las facturas desglosadas, solo el precio final).

En los folletos de publicidad se dice que si compras unos zapatos el día uno de cualquier mes ahorras un 21%.

- Necesitamos comprar unos zapatos. Si esperamos a comprarlos el día 1 de junio, ¿realmente pagaremos por ellos un 21% menos que si los compramos hoy? Razona la respuesta.

Apartado b)

Compramos una cámara de fotos cuyo precio es 1100 euros (sin IVA). El vendedor dice que me hará un descuento del 15%. Pero, por otra parte, hay que añadir el IVA, que es del 21%. El vendedor nos comunica que al dueño de la tienda le conviene hacer primero el descuento y luego aplicar el IVA.

- Queremos saber qué es lo que más nos beneficia a nosotros (aplicar el IVA primero y después el descuento o aceptar la propuesta del vendedor).

Apartado c)

Si llamamos **P** al precio inicial de un artículo (sin IVA), **d** al porcentaje de descuento dividido por 100, **i** al porcentaje de IVA dividido por 100, obtenemos un precio de venta final **F** igual a

$$\mathbf{F = P (1 + i)(1 - d)}$$

Usa esta fórmula para contestar las preguntas siguientes:

- i. Sabiendo que el precio final de unas gafas graduadas es de 375 €, que el IVA aplicable a este tipo de productos es del 10% y que la óptica me hace un descuento del 25%, **calcula el precio inicial que tenían las gafas.**

Recuerda: Usa esta misma fórmula para responder también al apartado que viene a continuación:

$$F = P (1 + i)(1 - d)$$

ii. Supongamos que en un taller mecánico nos aplican en una factura un porcentaje de descuento igual al porcentaje de IVA.

- ¿Pagaríamos por la compra lo mismo que si no se le aplicara el IVA ni el descuento?
- ¿Qué nos convendría, en este caso, que el porcentaje de IVA fuera grande o pequeño?

No olvides razonar cada una de las respuestas.

PROBLEMA 4

En una revista encontramos la siguiente receta de un batido de frutas que, según dice, es bajo en calorías.

Ingredientes:

- 1/2 piña (500 g)
- 1 manzana (300 g)
- Una ración de sandía (150 g)

En la siguiente tabla tienes datos relativos a la composición de esos ingredientes (**las cifras se refieren a 100 g de cada uno de ellos**)

INGREDIENTES	HIDRATOS DE CARBONO (g)	PROTEÍNAS (g)	FIBRA (g)	CALORÍAS (kcal)
Piña	11	1	1,20	48
Manzana	12	1	2,40	52
Sandía	6	0	0,30	24
BATIDO (100 g)				

Apartado a) Completa la última fila, que aparece en blanco, con los datos correspondientes al batido.

Apartado b)

- i. ¿Con qué cantidad de batido conseguimos 200 kcal?
- ii. Si bebemos un vaso de batido (250 g), ¿cuántos gramos de fibra ingerimos?

(Repetimos los datos -tienes que completar la última fila- para que te sea más cómodo)

Ingredientes:

- 1/2 piña (500 g)
- 1 manzana (300 g)
- Una ración de sandía (150 g)

En la siguiente tabla tienes datos relativos a la composición de esos ingredientes (las cifras se refieren a 100 g de cada uno de ellos)

INGREDIENTES	HIDRATOS DE CARBONO (g)	PROTEÍNAS (g)	FIBRA (g)	CALORÍAS (kcal)
Piña	11	1	1,20	48
Manzana	12	1	2,40	52
Sandía	6	0	0,30	24
BATIDO				

Apartado c) Los nutricionistas aconsejan consumir unos 25 gramos de fibra diarios. En el vaso de batido que hemos tomado, ¿qué tanto por ciento de la cantidad diaria recomendada de fibra consumimos?

Apartado d) Decidimos hacer un batido con una piña entera (1000 g) y sandía.

¿Cuántos gramos de sandía tendríamos que poner para que el batido resultante tenga 30 calorías por cada 100 gramos?