

**OLIMPIADA XXVI SEGUNDO ESO REGIONAL PROBLEMAS**

**PROBLEMA 1**

Tres hombres van a la feria con sus mujeres.

Cada una de estas personas compra un cierto número de objetos, no necesariamente el mismo.

- Cada persona paga por cada objeto un número de euros igual al número de objetos que compra.
- Cada marido gasta 63 euros más que su mujer.

**Apartado A**

¿Cuántos objetos compró cada persona?

Ayuda: Quizá te sea útil recordar esta equivalencia algebraica:  $m^2 - n^2 = (m + n) \cdot (m - n)$

**Apartado B**

Sabiendo que:

- Los nombres de los hombres son Antonio, Benito y César y las mujeres se llaman Ximena, Yolanda y Zenaida.
- Antonio compra 23 objetos más que Yolanda y Benito 11 más que Ximena.

*Averigua cuál es la mujer de Antonio, cuál la de Benito y cuál la de César.*

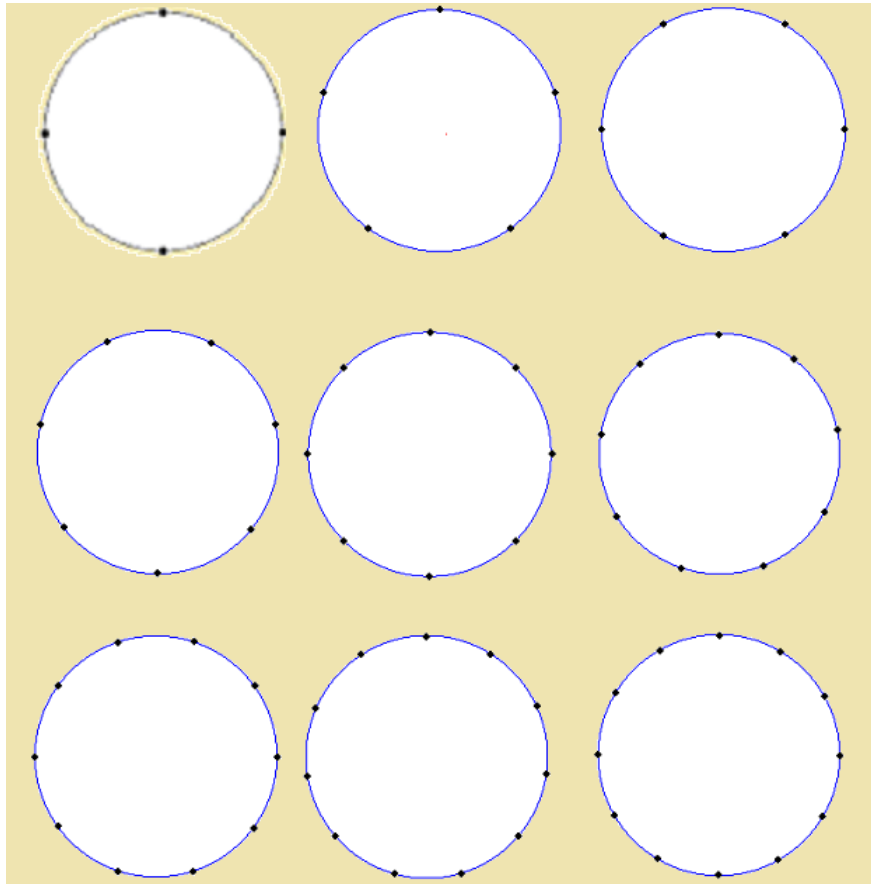
**PROBLEMA 2**

Tenemos circunferencias donde hay situados puntos equidistantes. Se trata de dibujar triángulos rectángulos tomando como vértices tres de los puntos marcados en cada circunferencia. Se considera que dos triángulos son iguales si tienen los ángulos iguales.

- a) **¿Cuántos triángulos rectángulos distintos** puedes dibujar si tenemos cuatro puntos equidistantes sobre una circunferencia? ¿Y si hay, cinco, seis..., diez, once, doce puntos? Completa la tabla que hay al final.

**AYUDA:**

- Usa la escuadra que te proporcionamos para hacer bien los dibujos, en particular el ángulo recto del triángulo rectángulo inscrito.
- También te será útil tener en cuenta la respuesta a la siguiente pregunta: Para que un ángulo inscrito en una circunferencia sea recto, ¿cuánto ha de medir el arco de circunferencia que abarca? Por tanto, el lado del triángulo opuesto al ángulo recto, ¿con qué elemento de la circunferencia ha de coincidir?



N.º de puntos en la circunferencia	4	5	6	7	8	9	10	11	12
N.º de triángulos rectángulos									

- b) ¿Cuántos triángulos obtendremos si marcamos en la circunferencia **49** puntos equidistantes? ¿Y si son **48**? ¿Y si son **50**? **Razona las respuestas.**
- c) ¿Y si marcamos en la circunferencia un número cualquiera, **n**, de puntos equidistantes? (Da el resultado en función de **n**).

Ayuda: Puedes distinguir los casos que necesites, según sea **n** (Ten en cuenta los ejemplos, para ver cuántas situaciones diferentes se dan).

### PROBLEMA 3

Considera el conjunto **P** formado por las parejas (1, 2) y (2, 1).

#### Apartado A

A cada pareja de números del conjunto I le asignamos otra pareja del conjunto P. Observa en los siguientes ejemplos la asignación realizada:

Conjunto I	Conjunto P
$(1/2, -4)$	$(2, 1)$
$(-3, 0)$	$(1, 2)$
$(-1, -1)$	$(1, 2)$
$(1, 5/2)$	$(1, 2)$
$(2, 2)$	$(1, 2)$
$(-2, -6)$	$(2, 1)$

- a) ¿Qué criterio se ha seguido para hacer esta asignación?
- b) Escribe qué elemento de P hay que asignarle a cada uno de estos pares de números de I:

Conjunto I	Conjunto P
$(0, 3)$	
$(-4, -5)$	
$(1, 2/5)$	
$(\pi, \pi)$	

### Apartado B

Ahora los pares de números los interpretamos como puntos del plano que vienen dados por sus coordenadas, que en general se escriben  $(x, y)$ .

- a) Escribe qué elemento de P hay que asignarle a los puntos de la recta  
 $y = x + 2$
- b) Responde a la misma cuestión, pero ahora para los puntos de la recta  $y = x$
- c) ¿Y para los puntos de la recta  $y = x - 2$ ?

Puedes dibujar, al final del problema, las rectas en el plano, representado por los dos ejes de coordenadas, si lo deseas.

### Apartado C

- a) Si consideramos los puntos del eje de abscisas (te recuerdo que son de la forma  $(x, 0)$ ), ¿les corresponde a todos el mismo elemento de P? Justifica la respuesta.

- b) ¿Hay rectas tales que a todos sus puntos no les corresponda el mismo elemento de P? Pon tres ejemplos y explícalos.

#### PROBLEMA 4



En un contador de agua como el que vemos en la fotografía, las ruedecillas van girando conforme se gasta agua y, al mismo tiempo, este gasto va reflejándose en los números del rectángulo que hay en la parte superior del contador.

Estas son dos fotografías del mismo contador de agua en dos momentos distintos. En ambos casos el consumo que se lee, en  $m^3$ , es de 993,9 pero cada una de las ruedecillas indica distintas cantidades, que son **inferiores a la décima parte de un metro cúbico**.

**Ayuda:** Recuerda que un decímetro cúbico equivale a un litro.

#### Apartado A

Las anotaciones que aparecen en la parte superior de cada una de la ruedas vienen expresadas en  $m^3$ . Observa que cada rueda está dividida en 10 partes, numeradas de 0 a 9.

Contesta:

- ¿Qué cantidad de agua, en litros, se consume cuando la aguja de la ruedecilla identificada con **X0,001** da una vuelta completa?
- ¿Y en la que tiene la indicación **X0,0001**?
- ¿Y en la que tiene la indicación **X0,01**?
- Si las tres ruedecillas marcaran el cero, ¿qué cantidad deberíamos consumir para que el contador pasara a marcar  $994 m^3$ ?

#### Apartado B

La primera fotografía se hizo antes de poner a funcionar una lavadora, con un programa corto de lavado, y al terminar se hizo la otra.

¿Qué cantidad de agua se ha consumido en el lavado completo?