# OLIMPIADA XXVI SEGUNDO ESO REGIONAL SOLUCIONES

## PROBLEMA 1

### Apartado A

Cualquier pareja:

| Personas | Nº de objetos | Precio/unidad | Valor compra |
|---|---|---|---|
| Marido | m | m | $m^2$ |
| Mujer | n | n | $n^2$ |

Sabemos que: $m^2 - n^2 = 63$

$$\mathbf{(m + n)(m - n) = 63}$$

Posibles descomposiciones factoriales del número 63: 63 x 1; 21 x 3 y 9 x 7

A cada una de las parejas le corresponde una de las descomposiciones anteriores. Consideremos la primera: 63 x 1

$$m + n = 63 \text{ y } m - n = 1$$

Resolviendo el sistema, **m = 32 y n = 31.**

Trabajamos de manera similar con las otras dos descomposiciones del 63 y obtenemos los siguientes resultados:

| N.º de objetos comprados por | Pareja 1.ª | Pareja 2.ª | Pareja 3.ª |
|---|---|---|---|
| Los maridos | 32 | 12 | 8 |
| Las mujeres | 31 | 9 | 1 |

### Apartado B

Asignamos las letras A, B, C a los nombres de los maridos y X, Y, Z a los de las mujeres. Según las premisas anteriores, los únicos números que al restarlos nos dan 23 y 11 son:

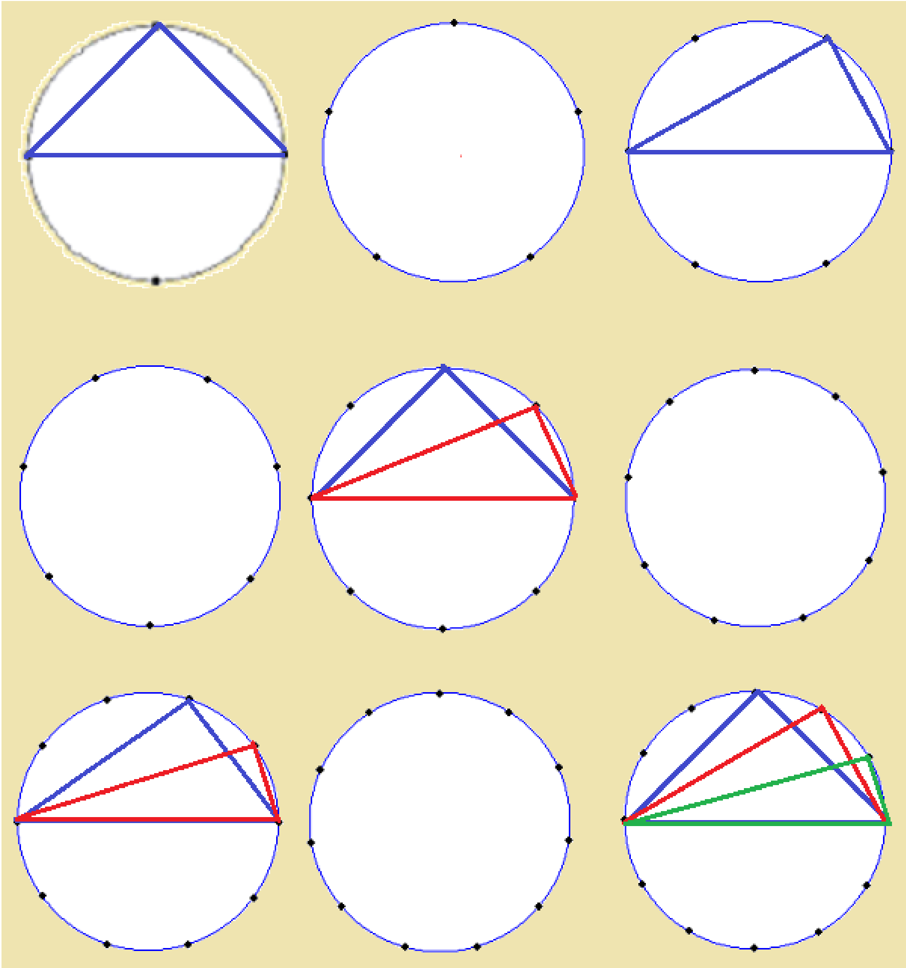
$$32 - 9 = 23 \qquad\qquad 12 - 1 = 11$$

| N.º de objetos comprados por | Pareja 1.ª | Pareja 2.ª | Pareja 3.ª |
|---|---|---|---|
| Los maridos | 32 **A** | 12 **B** | 8 **C** |
| Las mujeres | 31 **Z** | 9 **Y** | 1 **X** |

Luego, el marido de la pareja primera es Antonio y Yolanda es la mujer de la pareja segunda. De igual forma Benito es el marido de la pareja segunda y Ximena la mujer de la pareja tercera. Por eliminación quedan César, que es el marido de la pareja tercera, y Zenaida, que es la mujer de la pareja primera.

**PROBLEMA 2**

**a)**



| Nº de puntos dibujados en la circunferencia | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nº de triángulos rectángulos distintos obtenidos | 1 | 0 | 1 | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 3 |

**b)** **Si el número de puntos es impar**, no hay ningún triángulo, porque ningún diámetro de la circunferencia tiene sus extremos en puntos de los señalados. Por tanto, con **49 puntos** no obtendríamos ningún triángulo rectángulo.
En los restantes casos basta razonar con un cuarto de circunferencia y los resultados son los siguientes:

**Con 48 puntos**: trazamos un diámetro, y quedan en cada semicircunferencia 23 puntos; como es un número impar, el punto central divide la semicircunferencia en dos arcos iguales donde hay 11 puntos. Con el punto central de la semicircunferencia tenemos un triángulo rectángulo isósceles y uno con cada uno de los 11 puntos de un cuadrante, luego hay **12 triángulos rectángulos distintos**.

**Con 50 puntos**: Se procede igual que en el caso anterior, pero en cada semicircunferencia hay 24 puntos, que es un número par, en la mitad de cada semicircunferencia tenemos 12 puntos (y los otros 12 del otro arco son simétricos), luego tenemos **12 triángulos rectángulos distintos**.

**c)** Si **n** es par cabe distinguir dos casos para **n** - 2, que son los puntos que quedan después de trazar el diámetro:

- Que (**n** - 2)/2 sea par (**n** no es múltiplo de 4). Entonces el número de triángulos es (**n** - 2)/4.
- Que (**n** - 2)/2 sea impar (**n** es múltiplo de 4). Entonces el número de triángulos es 1 + (n - 4)/4 = n/4

**Observación:** También se podría haber contestado a los apartados b) y c), en lugar de razonando geométricamente, haciéndolo de manera inductiva, generalizando a partir de la tabla construida en el primer apartado.

## PROBLEMA 3

### Apartado A

**a)** Si la primera componente del par es mayor que la segunda componente, le asignamos el (2 , 1) si es menor o igual le asignamos el (1 , 2).

**b)** Los pares asignados son:

| Conjunto **I** | Conjunto **P** |
|---|---|
| (0 , 3) | **(1 , 2)** |
| (-4 , -5) | **(2 , 1)** |
| (1 , 2/5) | **(2 , 1)** |
| (π , π) | **(1 , 2)** |

### Apartado B

- Los puntos de la recta y = x + 2 son (x , x + 2), luego la segunda coordenada es mayor que la primera y todos sus puntos tendrán asignado el (1 , 2).
- Análogamente, los puntos de la recta y = x son de la forma (x , x) les corresponderá a todos ellos el elementos (1 , 2).
- E igualmente en el caso de la recta y = x - 2, tenemos los puntos de la forma (x , x - 2), a los que les corresponde el elemento (2 , 1).

**Apartado C**

- Los puntos del eje de abscisas son de la forma (x , 0), luego si x es menor o igual que 0, le corresponde el elementos de P, (1 , 2) y cuando x es mayor, le corresponde el (2 , 1).
- Sí, las hay, por ejemplo, la que acabamos de estudiar, el eje de abscisas. Otros ejemplos son todas las rectas que intersecan con la recta y = x:

$y = -x$

$x = 0$ (eje de ordenadas)

$y = 3x + 1$

**PROBLEMA 4**

**Apartado A**

**a)** 0,001 $m^3$ x 1000 = 1 litro; 1 litro x 10 (recorridos) = 10 litros
**b)** 0,0001 $m^3$ x 1000 = 0,1 litro; 0,1 X 10 = 1 litro
**c)** 0, 01 $m^3$ x 1000 = 10 litros; 10 x 10 = 100 litros
**d)** Tendría que consumir 0,1 $m^3$; 0,1 x 1000 = 100 litros

**Apartado B**

Teniendo en cuenta lo que marcan las ruedecillas el contador de la izquierda nos dice que el consumo hasta ese momento ha sido de 993,9491 $m^3$, es decir, 993949,1 litros, y el de la derecha de 993,9870 $m^3$, es decir, 993987,0 litros. Luego la lavadora ha consumido 37,9 litros en ese lavado.