

XXVII OLIMPIADA MATEMÁTICA

2.º de ESO

Apellidos:	
Nombre:	
Centro de origen:	
Localidad:	
Sede de la prueba:	Cartagena / Mazarrón / Murcia / Pliego / Yecla

NOTA: Por favor, RELLENA ESTA HOJA CON LETRAS MAYÚSCULAS y no pongas nada en la casilla N.º

LEE ATENTAMENTE LAS INSTRUCCIONES:

- ✓ No pongas el nombre ni ningún otro dato personal en ninguna de las hojas de la prueba.
- ✓ No escribas nada en ninguno de los recuadros que hay en cada una de las hojas arriba a la derecha.
- ✓ **Cada problema se hace en su hoja** y si te falta sitio, pides un folio que se grapará al examen detrás de la hoja del problema.
- ✓ No se entregarán hojas para escribir en sucio. Para ello, puedes usar la propia hoja del problema y si te falta sitio después, pedir otra hoja que se añada, tal como figura en el punto anterior. Puedes tachar lo que quieras.
- ✓ Sólo se puede tener sobre la mesa bolígrafos o lápices, borrador si quieres y la prueba, que en ningún caso se puede desgrapar. **Calculadora NO**, puesto que no todos la tienen.
- ✓ Hay que explicar lo que se hace dando razones, de cualquier forma que se sepa o se pueda explicar. Presta atención a los enunciados de los problemas, en algunos se exige explicar las respuestas.
- ✓ Si tienes alguna duda **no la preguntes en voz alta**; levantas la mano y el profesor irá a aclarártela; se procurará hacerlo en voz baja. Antes lee el enunciado de nuevo con atención. Seguro que lo entiendes mejor.
- ✓ Cuando hayas entregado la prueba has de buscar a tus profesores o acompañantes.
- ✓ Y ANTE TODO, disfruta este tiempo que pasas enfrentado a los problemas propuestos. Ten en cuenta que un concurso como este, con problemas no previstos, no es como un examen habitual. Puedes desempeñar un papel muy bueno, aunque no lo resuelvas entero correctamente. En cada problema cuenta lo que hagas y cómo lo hagas, aunque no hayas completado la solución a un apartado o te falten algunos apartados por contestar.

XXVII Olimpiada Matemática de la Región de Murcia
2.º de ESO

PROBLEMA 1

Usando una sola vez los cinco números que aparecen en cada uno de los apartados siguientes y utilizando las operaciones suma, resta, multiplicación y división (cada operación se puede repetir las veces que se quiera), se trata de conseguir el número más alto posible, en **cada caso**:

I. 2, 3, 4, 5, 6

IV. 1, 3, 4, 5, 0

II. 1, 3, 4, 7, 8

V. 1, 1, 1, 3, 7

III. 0, 5, 6, 7, 9

VI. 1, 1, 2, 2, 5

ATENCIÓN: Si crees que lo necesitas, puedes usar paréntesis.

Apartado a) Escribe los números obtenidos, así como las operaciones que has usado en cada caso.

I.

II.

III.

IV.

V.

VI.

Apartado b) Si los números fueran: 1, 1, 2, 3, 5, hay varias formas de conseguir el número más alto.

Escribe tres formas diferentes de conseguir ese número:

-
-
-

Apartado c) Teniendo en cuenta las soluciones que has dado en el primer apartado, intenta explicar cómo formar el número más alto, si a los cinco números que tengas los llamamos **a, b, c, d, e**, en los siguientes casos:

I. Los cinco números son diferentes y no hay ni 0 ni 1

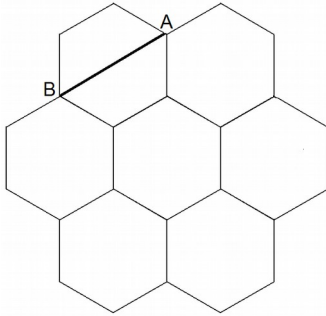
II. Tenemos uno o varios 0 y ninguno de los restantes es 1

III. Si sólo uno de los cinco números es el 1

XXVII Olimpiada Matemática de la Región de Murcia
2.º de ESO

PROBLEMA 2

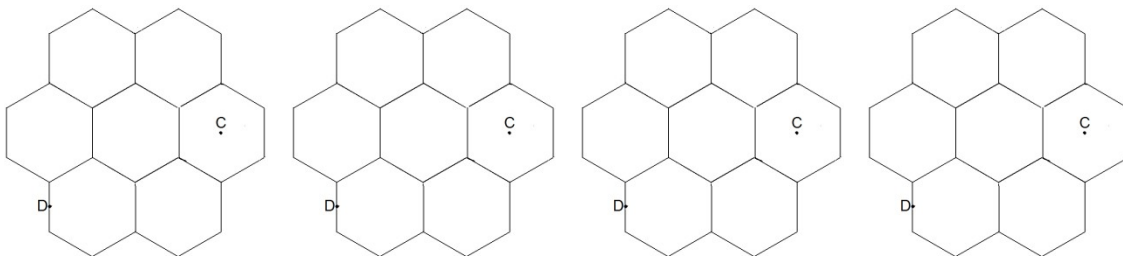
Apartado a) Sabiendo que el segmento AB mide 12 cm, calcula la superficie de la figura adjunta formada por siete hexágonos regulares.



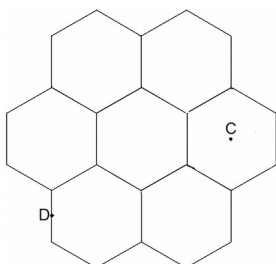
Apartado b) ¿Podrías inscribir esta figura en un cuadrado? *Justifica la respuesta.*

Apartado c) Busca el camino más corto para ir desde el punto C (centro del hexágono) al punto D (centro del lado) señalados en la figura, teniendo en cuenta que sólo puedes desplazarte por lados, radios o apotemas de los diferentes hexágonos. ¿Cuánto mide?

Las cuatro plantillas las puedes usar para encontrar la solución.



Dibuja aquí la solución y razona la respuesta:



El camino mide: ...

XXVII Olimpiada Matemática de la Región de Murcia 2.º de ESO

PROBLEMA 3

Para controlar el ejercicio que hacemos andando tenemos un aparato cuya pantalla te mostramos. En ella aparece la duración del paseo (en horas, minutos y segundos), la distancia recorrida (en kilómetros), el ritmo al que se ha caminado (minutos empleados en recorrer un kilómetro) y la velocidad media (en kilómetros por hora).



En las siguientes pantallas hemos borrado algunos datos. Debes completarlas explicando cómo lo haces. Para dar la solución utiliza el mismo formato que aparece en la pantalla.

Apartado a) En este caso debes calcular el ritmo y la distancia recorrida.



Apartado b) Ahora debes calcular la duración y la velocidad media.



Apartado c) Un día, observamos que el número que aparece en “Ritmo” es el mismo que el que aparece en “Vel. Media” ¿A qué velocidad nos desplazamos? (Responde en la parte de atrás de esta misma hoja).

XXVII Olimpiada Matemática de la Región de Murcia
2.º de ESO

PROBLEMA 4

En un concurso hay cinco puertas que pueden girarse del todo; en una de sus caras cada una tiene un número (del 1 al 10) y en la otra está escrito si ganas premio o no. Puede haber una sola puerta, varias, todas, o ninguna con la etiqueta “PREMIO”. Igual ocurre con la etiqueta “NO GANAS”.

Cuando llegas al estudio en el que se va a realizar el concurso, algunas puertas están giradas (puede leerse si hay premio o no) y otras no (se ve el número):

PUERTA	A	B	C	D	E
ETIQUETA	7	PREMIO	NO GANAS	4	1

Apartado a)

Oyes decir a alguien esto: "**Si una puerta tiene un número par, entonces tiene PREMIO**".

Pero no sabes si lo que has oído es verdad o no. Una manera de saberlo sería darle la vuelta a todas las puertas y mirarlas por ambas caras. Pero no te dejan dar la vuelta a todas ni preguntar nada a nadie.

Indica qué puertas, como mínimo, debes girar y cuáles no hace falta, para asegurarte de que es cierto lo que has oído. Justifica tu respuesta.

Apartado b) Ahora imagina que lo que hubieras oído fuera:

"Si una puerta tiene un número par, entonces “NO GANAS”.

Te encuentras las puertas igual que en el apartado anterior:

PUERTA	A	B	C	D	E
ETIQUETA	7	PREMIO	NO GANAS	4	1

Indica qué puertas, como mínimo, debes girar y cuáles no hace falta, para asegurarte de que es cierto lo que has oído en esta ocasión. Justifica tu respuesta.

Apartado c) Dibuja cinco puertas, de forma que, al menos dos de ellas tengan un número y otras dos, como mínimo, tengan una etiqueta, de modo que si oyeras:

Si una puerta tiene un número par, entonces tiene “PREMIO”,

no se necesitase girar ninguna puerta para saber que lo que has oído es verdad. Justifica tu respuesta (detrás).

PUERTA	A	B	C	D	E
ETIQUETA					

XXVII Olimpiada Matemática de la Región de Murcia
2.º de ESO

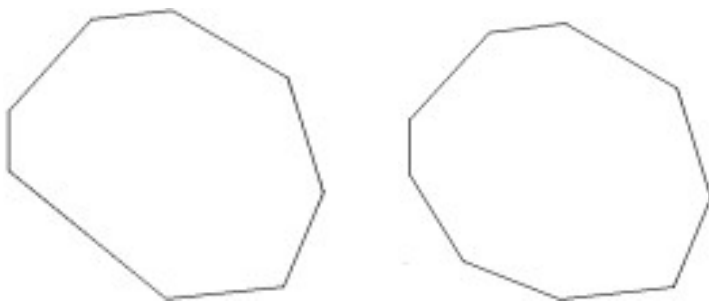
PROBLEMA 5

Una forma sencilla de calcular el área de un polígono irregular es descomponerlo en triángulos. Para ello se elige un vértice cualquiera y se trazan todas las diagonales¹ que pasan por ese vértice. Una vez hecho esto, se calcula el área de cada triángulo y se suman los resultados.

Te recordamos que para calcular el área de un triángulo utilizamos, habitualmente, la fórmula: $(b \times h) / 2$

Apartado a) Piensa cuántos segmentos tendríamos que medir, como mínimo, para poder calcular el área de todos los triángulos del octógono. Lo mismo para obtener el área del eneágono.

Señala con líneas gruesas los segmentos que deberíamos medir, en cada caso. Justifica por qué eliges esos segmentos y no más.

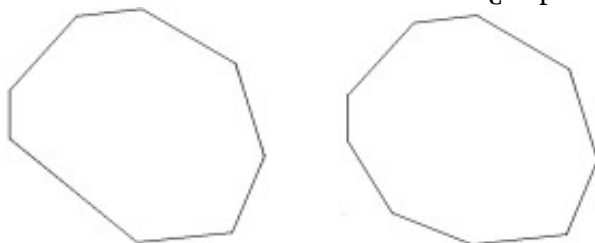


El n.º mínimo de segmentos que medirías en el octógono es:, porque...

El n.º mínimo de segmentos que medirías en el eneágono es:, porque...

Apartado b) En el mundo real, cuando se quiere medir la superficie de un terreno es más fácil calcular el área de un triángulo mediante la fórmula de Herón de Alejandría (matemático del siglo I). Con ella sólo necesitamos saber la medida de cada uno de los tres lados. Si los lados son a , b , c y llamamos s al semiperímetro, es decir, $s = (a + b + c)/2$ la fórmula es: $\text{Área} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

¿Cuántos segmentos tendríamos que medir, como mínimo, para obtener el área del octógono, si para los cálculos usamos la fórmula de Herón? ¿Y para el eneágono? *Dibújalos y explica cómo lo has razonado.*



Apartado c) ¿Cuántos segmentos tendríamos que medir, como mínimo, aplicando la fórmula de Herón, si un polígono tiene 100 lados? ¿Y si el polígono tiene n lados? *Explica tu respuesta para que veamos cómo lo has averiguado.* (Responde en la parte de atrás de esta misma hoja).

¹ Las diagonales de un polígono son todos los segmentos que unen dos vértices no consecutivos.